

5. Štúdium Comptonovho javu

1. Všeobecná časť

Comptonov jav (rozptyl) je jedným z mechanizmov interakcie fotónov s látkou. Objavil ho v roku 1923 A.H. Compton, po ktorom je pomenovaný. Je prejavom vlnovo-korpuskulárneho dualizmu, kedy sa uplatňujú korpuskulárne vlastnosti elektromagnetického žiarenia. Možno ho interpretovať ako „zrážku“ „častice“ elektromagnetického žiarenia – **fotónu** – a elektrónu v látke. Fotón v skutočnosti predstavuje isté **kvantum energie** elektromagnetického žiarenia. Energia fotónu E je daná vzťahom $E = h\nu$, kde h je Planckova konštanta $6,626078 \times 10^{-34}$ Js a ν je frekvencia elektromagnetického žiarenia. Hybnosť fotónu \vec{p} je daná $\vec{p} = \hbar \vec{k}$, kde $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ a \vec{k} je vlnový vektor. Pre absolútne hodnoty vektora hybnosti a vlnového vektora platia vzťahy:

$$|\vec{p}| = p = \frac{h\nu}{c} \quad |\vec{k}| = k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \lambda = \frac{c}{\nu} \quad (5.1)$$

kde λ je vlnová dĺžka elektromagnetického žiarenia a c je rýchlosť svetla vo vákuu.

Energia primárneho fotónu sa v procese zrážky absorbuje, pričom časť sa zmení na kinetickú energiu elektrónu a zvyšná časť sa vyžiari ako nový fotón s väčšou vlnovou dĺžkou. Uhlová závislosť energie vyžiareného fotónu nasvedčuje tomu, že celý proces možno interpretovať ako „pružnú zrážku“ primárneho fotónu s voľným elektrónom. Tejto predstave vyhovujú aj elektróny viazané v atóme (najmä na vonkajších sférach), ktorých väzbová energia (niekoľko eV) je zanedbateľná voči energii dopadajúceho žiarenia (stovky keV až jednotky MeV). Elektrón môže po zrážke nadobudnúť takú energiu (rýchlosť), že sa stáva relativistickou časticou.

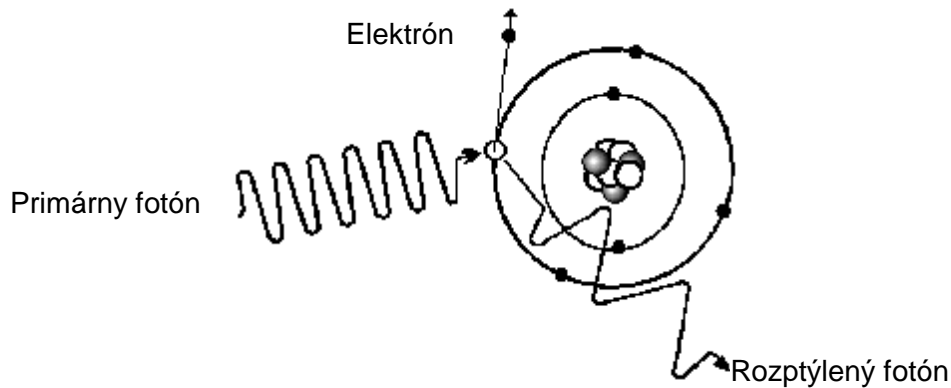
Matematický opis Comptonovho javu sa preto opiera o predstavu pružnej zrážky fotónu s voľným elektrónom, pričom sa uplatňujú relativistické efekty. Platí zákon zachovania energie a hybnosti. Comptonov jav je schematicky znázornený na obr. 5.1. Na obr. 5.2 je Comptonov jav interpretovaný ako pružná zrážka fotónu s elektrónom.

Zákon zachovania energie a hybnosti pre sústavu podľa obr. 5.2 má tvar:

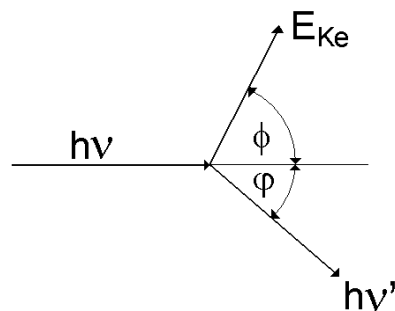
$$h\nu = h\nu' + E_{Ke} \quad (5.2)$$

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \varphi + p_e \cos \phi \quad (5.3)$$

$$\frac{h\nu'}{c} \sin \varphi = p_e \sin \phi \quad (5.4)$$



Obr. 5.1: Schematické znázornenie Comptonovho javu. Primárny fotón interaguje s kvázi-volným (slabo viazaným) elektrónom v atóme. Energia primárneho fotónu sa rozdelí medzi kinetickú energiu elektrónu a energiu novo-vzniknutého fotónu.



Obr. 5.2: Interpretácia Comptonovho javu ako pružnej zrážky fotónu s elektrónom.

Rovnice (5.3) a (5.4) vynásobíme rýchlosťou svetla, umocníme na druhú a sčítame, čím eliminujeme uhol odrazu elektrónu ϕ :

$$p_e^2 c^2 = (h\nu)^2 - 2h^2 \nu \nu' \cos \varphi + (h\nu')^2 \quad (5.5)$$

Pre kinetickú energiu elektrónu s pokojovou hmotnosťou m_0 platí obecný vzťah:

$$p_e^2 c^2 = E_{Ke}^2 + 2E_{Ke} m_0 c^2 \quad (5.6)$$

Dosadením za kinetickú energiu elektrónu zo zákona zachovania energie (5.2) a porovnaním s rovnicou (5.5) dostaneme:

$$(h\nu - h\nu')^2 + 2m_0 c^2 (h\nu - h\nu') = (h\nu)^2 - 2h^2 \nu \nu' \cos \varphi + (h\nu')^2$$

$$2m_0c^2hv - 2m_0c^2hv' - 2h^2vv' = -2h^2vv' \cos \varphi \quad (5.7)$$

$$m_0c^2v - m_0c^2v' = hvv'(1 - \cos \varphi)$$

Po nahradení frekvencie fotónu jeho vlnovou dĺžkou podľa vzťahu (5.1) dostaneme výsledný vzťah pre rozdiel vlnových dĺžok:

$$m_0 \left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'} \right) = \frac{h}{\lambda\lambda'} (1 - \cos \varphi)$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \varphi) = \Lambda (1 - \cos \varphi) \quad (5.8)$$

kde $\Lambda = \frac{h}{m_0c}$ je tzv. **Comptonova vlnová dĺžka**.

Vlnová dĺžka rozptýleného fotónu je vždy väčšia ako vlnová dĺžka dopadajúceho fotónu. Rozdiel vlnových dĺžok závisí od uhla rozptylu a nezávisí od energie dopadajúceho fotónu ani od materiálu, v ktorom rozptyl nastáva.

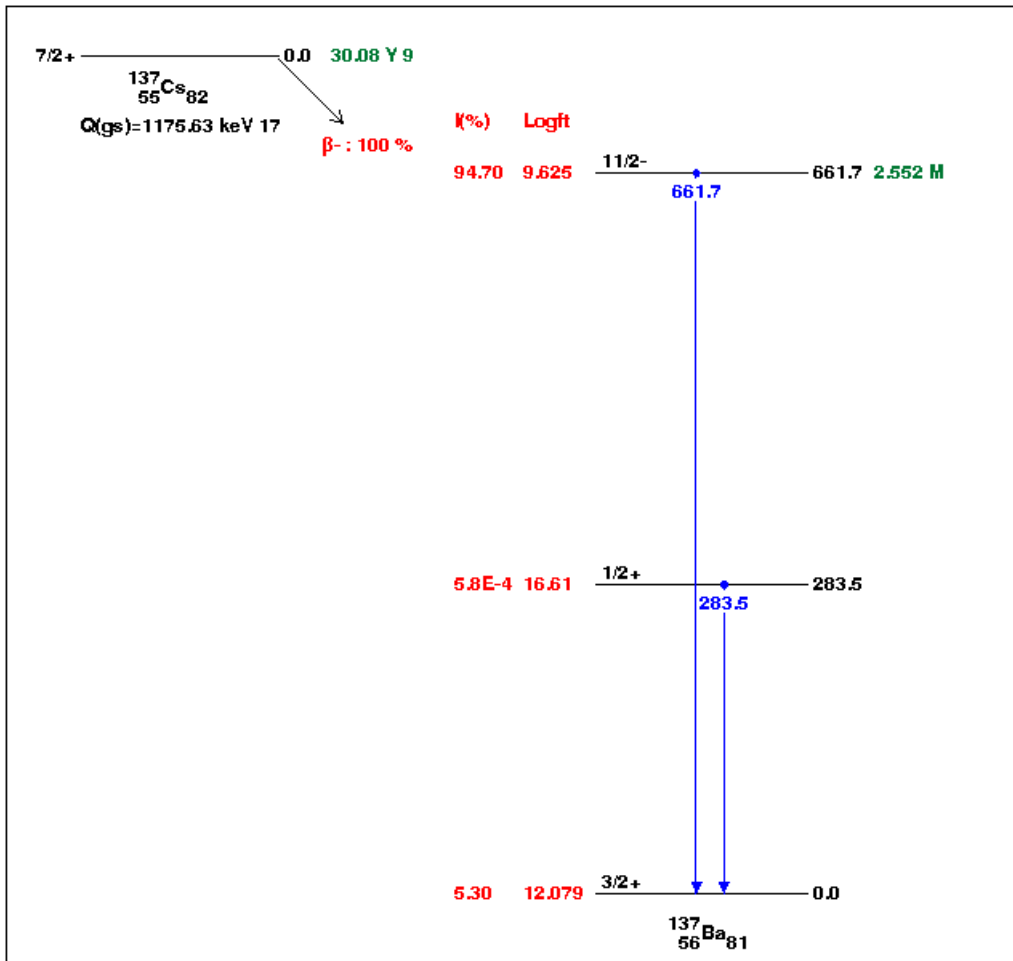
2. Zadanie a postup merania

- 1) Zreprodukuje postup pre výpočet zmeny vlnovej dĺžky pri Comptonovom jave.
- 2) Vykonajte energetickú kalibráciu mnohokanálového analyzátora.
- 3) Zmerajte energetické spektrá rozptýlených fotónov pod uhlami 0° , 10° , 20° , 30° , 40° , 50° a 60° .
- 4) Z nameraných spektier stanovte energie rozptýlených fotónov v závislosti od uhla rozptylu.
- 5) Namerané hodnoty vyneste do grafu ako izolované body a porovnajte s teoretickými hodnotami.
- 6) Výsledky merania spracujte vo forme referátu.

2.1 Postup

Energetickú kalibráciu vykonáme pomocou žiaričov so známou energiou: ^{137}Cs (661.7 keV) a ^{60}Co (1,17 MeV a 1.33 MeV).

Samotný experiment budeme vykonávať s ^{137}Cs . Rozpadová schéma ^{137}Cs je na obrázku 5.3.



Obr. 5.3: Rozpadová schéma nuklidu ^{137}Cs .

Nuklid ^{137}Cs sa β^- premenou mení na dcérsy nuklid ^{137}Ba , pričom 94.7% dcérsych jadier ^{137}Ba je vo vzbudenom stave. Z tohto vzbudeného stavu prechádza jadro ^{137}Ba do základného stavu vyžiaréním fotónu gama s energiou 661.7 keV. Žiarič ^{137}Cs preto využívame pri viacerých experimentoch ako zdroj gama žiarenia so známou energiou 661.7 keV. Často sa používa aj na energetickú kalibráciu spektrometrických trás. Na obrázku 5.4 je výpis z databázy Nudat2 obsahujúci údaje o vyžiarených fotónoch pri premeně ^{137}Cs . Ako vidieť, najväčšia intenzita (85.1%) pripadá práve fotónom s energiou 661.657 keV.

Gamma and X-ray radiation:

| | Energy (keV) | Intensity (%) | Dose (MeV/Bq-s) |
|-----------------|-----------------|------------------|----------------------|
| XR l | 4.47 | 0.91 % 4 | 4.09E-5 19 |
| XR k α 2 | 31.817 | 1.99 % 5 | 6.34E-4 17 |
| XR k α 1 | 32.194 | 3.64 % 10 | 0.00117 3 |
| XR k β 3 | 36.304 | 0.348 % 9 | 1.26E-4 3 |
| XR k β 1 | 36.378 | 0.672 % 18 | 2.44E-4 6 |
| XR k β 2 | 37.255 | 0.213 % 6 | 7.92E-5 21 |
| | 283.5 1 | 5.8E-4 % 8 | 1.64E-6 23 |
| | 661.657 3 | 85.10 % 20 | 0.5631 13 |

Obr. 5.4: Zoznam fotónov emitovaných pri premene ^{137}Cs podľa databázy Nudat2.

Pre výpočet energie rozptýlených fotónov vychádzajte zo vzťahu (5.8), z ktorého najprv vyjadrite vlnovú dĺžku rozptýleného fotónu. Z vlnovej dĺžky vyjadrite energiu podľa (5.1). Výsledný vzťah je:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1 - \cos\varphi)} \quad (5.9)$$

Závislosť (5.9) spracujte aj teoreticky s dostatočne jemným krokom uhla rozptylu, napríklad 1° . Získané hodnoty vyneste do grafu ako spojitú krivku (obrázok 5.5). Do toho istého grafu potom vyneste výsledky merania ako samostatné body. Budete tak môcť dobre sledovať a porovnať súhlas (prípadne nesúhlas) nameraných bodov s teoretickými hodnotami. Pri výpočtoch použite nasledovné hodnoty fyzikálnych konštánt:

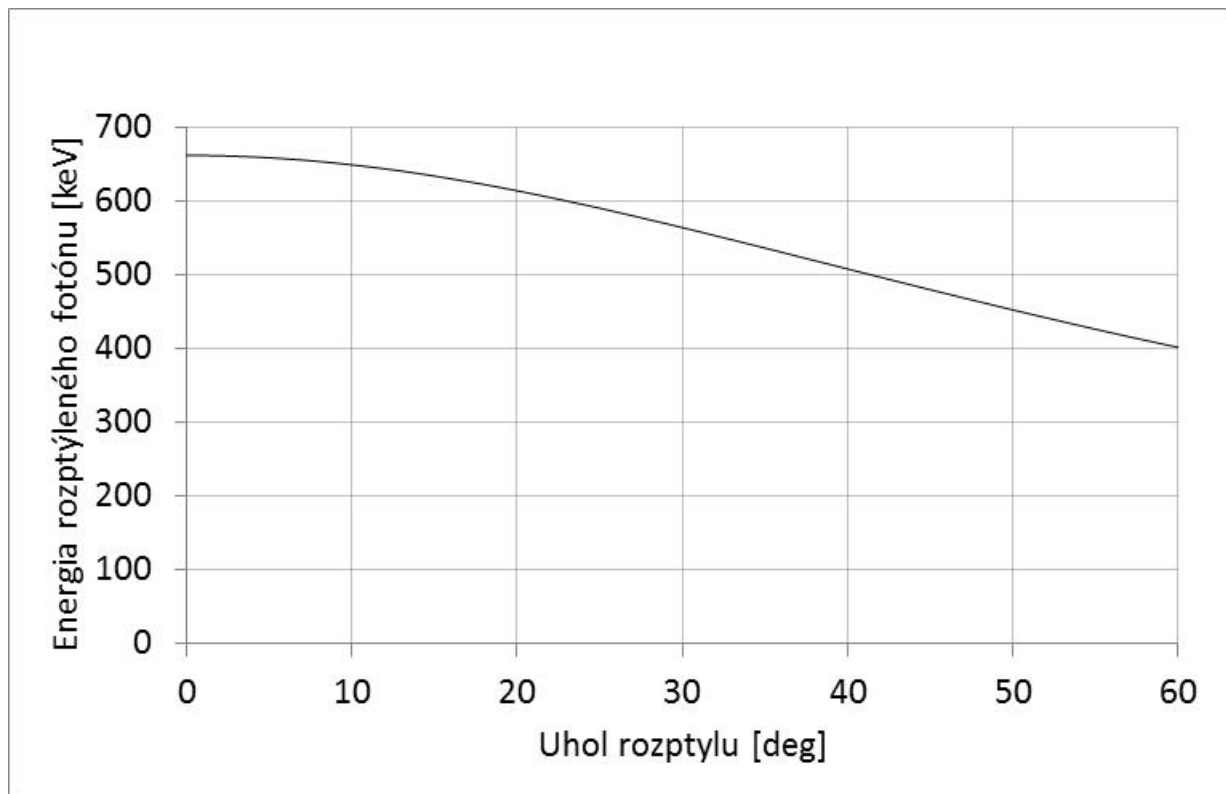
h ... Planckova konštanta, $6.626070040 \times 10^{-34}$ Js alebo $4.135\ 667\ 662 \times 10^{-15}$ eVs

$h\nu$... energia primárnych fotónov, 661.657 keV

m_0 ... pokojová hmotnosť elektrónu, $9.10938356 \times 10^{-31}$ kg

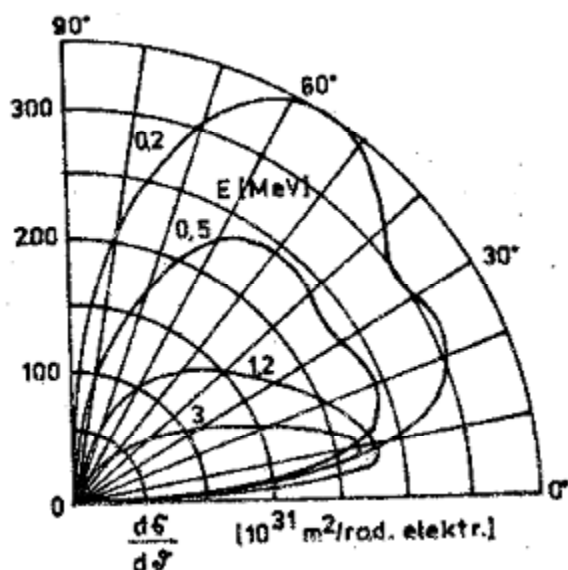
c ... rýchlosť svetla vo vákuu, 299792458 m/s

m_0c^2 ... pokojová energia elektrónu, 510.9989461 keV



Obr. 5.5: Energia rozptýleného fotónu v závislosti od uhla rozptylu. Energia primárnych fotónov je 661.657 keV.

V zásade by bolo možné za istých okolností merať aj rozloženie rozptýlených elektrónov. Rozloženie rozptýlených elektrónov sa charakterizuje tzv. diferenciálnym účinným prierezom. Diferenciálny účinný prierez pre rovinný uhol ϑ , ktorý vyjadruje uhlové rozloženie intenzity Comptonovsky odrazených elektrónov pre rôzne energie dopadajúcich fotónov je zobrazený na obr. 5.6. Uhlové rozloženie intenzity odrazených elektrónov sa meria pre uhly $\vartheta = 15^\circ$ až 90° . Pre uhly menšie ako 15° by boli výsledky merania veľmi skreslené priamym zväzkom dopadajúcich fotónov. Pri meraní intenzity odrazených elektrónov treba urobiť korekciu na prirodzené pozadie, na pozadie od γ -žiarenia prenikajúceho z oloveného krytu aj na γ -žiarenie rozptýlené pod uhlom ϑ . Ako rozptyľujúca látka sa použije hliníková fólia hrúbky 1 až 0.2 mm. Výsledky merania sa zobrazia v polárnej sústave súradníc a porovnajú s grafom (5.6).



Obr. 5.6: Uhlové rozloženie intenzity odrazených elektrónov (diferenciálny účinný prierez) v závislosti od energie dopadajúcich fotónov [MeV].

Meranie energie odrazených elektrónov sa vykonáva metódou absorpcie elektrónov v hliníkových alebo buničínových filtroch. Na základe absorpčnej krivky a pri použití tabuliek dosahu elektrónov v rôznych látkach sa určí energia odrazených elektrónov. Podobné meranie budeme realizovať pri určovaní maximálnej energie beta spektra. Energia odrazeného elektrónu je daná rozdielom energií dopadajúceho a rozptýleného fotónu. Po dosadení zo vzťahu (5.9) dostaneme:

$$E_{K_e} = hv - hv' = hv \frac{\Lambda(1 - \cos \varphi)}{\lambda + \Lambda(1 - \cos \varphi)} \quad (5.10)$$

kde λ je vlnová dĺžka dopadajúceho fotónu.

S použitím zákona zachovania hybnosti je možné vyjadriť vzťah medzi energiou odrazeného elektrónu a uhlom odrazu elektrónu ϕ :

$$E_{K_e} = \frac{2m_0c^2(hv)^2 \cos^2 \phi}{(hv - m_0c^2)^2 - (hv)^2 \cos^2 \phi} \quad (5.11)$$