

## 2. Minimalizácia neistoty pri meraní početnosti

### 1. Všeobecná časť

Jednou z najčastejšie meraných veličín v jadrovej fyzike je početnosť. **Početnosťou** budeme rozumieť počet impulzov zaregistrovaných meracou aparátúrou za jednotku času. Meracia aparátúra pozostáva z detektora (sondy) a vyhodnocovacej jednotky (čítača). Samotný objekt merania môže mať rôznu povahu. Môže to byť prirodzený rádioaktívny žiarič, vzorka materiálov obsahujúcich rádioaktívne látky (napríklad potravín, pôdy, vody), filtre, cez ktoré bol presávaný vzduch, ľudské telo, žiarenie môže vznikáť ako produkt interakcie nabitých častíc s látkou a podobne. Zdroj žiarenia budeme nazývať **žiarič** bezohľadu na jeho konkrétnu podobu. Cieľom merania je teda stanoviť početnosť daného žiariča – t.j. počet impulzov zaregistrovaných meracou aparátúrou za jednotku času ako výsledok detekcie žiarenia emitovaného žiaričom – s čo najmenšou neistotou (strednou kvadratickou odchýlkou).

Aktivitu žiariča stanovujeme na základe merania početnosti. Početnosť nedokážeme merať priamo, nakoľko počas merania nie je možné úplne eliminovať pozadie. **Pozadím** budeme rozumieť počet impulzov zaregistrovaných bez prítomnosti žiariča. Vplyv pozadia môžeme znížiť rôznymi technickými opatreniami (antikoincidenčné zapojenie detektorov, špeciálne tienenie a podobne), nikdy ho však nedokážeme odstrániť úplne. Preto pri vyhodnocovaní merania musíme brať do úvahy príspevok od pozadia. Snahou je nájsť také podmienky merania, aby celková neistota merania početnosti žiariča bola čo najmenšia. Jedným z parametrov, ktoré majú vplyv na výslednú neistotu merania, a ktoré možno preto optimalizovať, je **čas merania**. Celkový čas, ktorý máme na meranie k dispozícii, je v praxi vždy konečný. Tento čas je potrebné rozdeliť medzi meranie pozadia (t. j. bez žiariča) a žiariča (t. j. žiariča a pozadia spolu) tak, aby výsledná neistota merania početnosti žiariča bola minimálna. Realizujeme dve merania:

**meranie bez žiariča** – doba merania  $t_p$ , zaregistrovaný počet impulzov  $N_p$ , početnosť  $n_p$

**meranie so žiaričom** – doba merania  $t$ , zaregistrovaný počet impulzov  $N$ , početnosť  $n$ .

Meranie bez žiariča zodpovedá meraniu pozadia, zatiaľ čo meranie so žiaričom predstavuje meranie žiariča s pozadím spolu. Platia definičné vzťahy pre početnosť:

$$n_p = \frac{N_p}{t_p} \quad n = \frac{N}{t} \quad (2.1)$$

Pre stanovenie početnosti samotného žiariča  $n_z$  musíme odpočítať príspevok od pozadia:

$$n_z = n - n_p = \frac{N}{t} - \frac{N_p}{t_p} \quad (2.2)$$

Pre strednú kvadratickú odchýlku  $\sigma_F$  funkcie  $F = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  platí obecně (1.5):

$$\sigma_F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_n^2} \quad (2.3)$$

ak  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sú nezávislé náhodné veličiny a  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$  ich stredné kvadratické odchýlky.

V našom prípade má funkcia  $F$  tvar:

$$F = \frac{N}{t} - \frac{N_p}{t_p} \quad (2.4)$$

a meranými náhodnými veličinami sú počty zaregistrovaných impulzov  $N$  a  $N_p$ .

Po dosadení (2.4) do (2.3) a vykonaní parciálnych derivácií dostaneme:

$$\sigma_{n_z} = \sqrt{\left(\frac{1}{t}\right)^2 \sigma_N^2 + \left(\frac{1}{t_p}\right)^2 \sigma_{N_p}^2} \quad (2.5)$$

S uvážením  $\sigma_N \approx \sqrt{N}$  a  $\sigma_{N_p} \approx \sqrt{N_p}$  a s využitím definičných vzťahov (2.1) môžeme vzťah (2.5) prepísať do tvaru:

$$\sigma_{n_z} = \sqrt{\frac{N}{t^2} + \frac{N_p}{t_p^2}} = \sqrt{\frac{n}{t} + \frac{n_p}{t_p}} \quad (2.6)$$

## 2. Zadanie a postup merania

- 1) Preštudujte a zopakujte si teoretické základy matematickej štatistiky a vyhodnocovania meraní náhodných veličín (viď úloha 1).

- 2) Uvažujte, že je k dispozícii celkový čas merania  $T_c = 30$  min. Odvodte vzťah pre jeho rozdelenie medzi meranie so žiaričom a meranie bez žiariča tak, aby stredná kvadratická neistota merania početnosti žiariča bola minimálna.
- 3) Realizujte merania pri optimálnom rozdelení času a pri ľubovoľnom inom, neoptimálnom rozdelení toho istého celkového času merania.
- 4) V oboch prípadoch stanovte početnosť žiariča a porovnajte relatívne neistoty meraní. Presvedčte sa, že pri optimálnom rozdelení času merania je relatívna neistota merania skutočne menšia.
- 5) Postup výpočtov, merania, výsledky, ich vyhodnotenie a interpretáciu spracujte vo forme referátu.

## 2.1 Pracovný postup

Na začiatku cvičenia spustíte meranie pozadia na čas 20 minút. Počas prvého merania pozadia odvodte vzťah pre optimálne rozdelenie času merania. Vychádzame pritom zo vzťahu (2.6) pre strednú kvadratickú odchýlku merania početnosti žiariča. Hľadáme minimum hodnoty  $\sigma_{n_z}$ , pričom jeden z časov vyjadríme pomocou celkového času merania  $T_c$ :

$$\sigma_{n_z} = \sqrt{\frac{n}{t} + \frac{n_p}{T_c - t}} \quad (2.7)$$

Počítame deriváciu podľa času a položíme ju rovnú nule:

$$\frac{d\sigma_{n_z}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{-\frac{n}{t^2} + \frac{n_p}{(T_c - t)^2}}{\sqrt{\frac{n}{t} + \frac{n_p}{T_c - t}}} = \frac{1}{2} \frac{-\frac{n}{t^2} + \frac{n_p}{t_p^2}}{\sqrt{\frac{n}{t} + \frac{n_p}{T_c - t}}} = 0 \quad (2.8)$$

Riešením (2.8) je vzťah pre optimálny pomer časov merania so žiaričom a bez žiariča:

$$\frac{t}{t_p} = \sqrt{\frac{n}{n_p}} \quad (2.9)$$

Po odmeraní pozadia (20 min) realizujte meranie so žiaričom za čas 10 minút. Z nameraných hodnôt určite početnosti  $n$  a  $n_p$  a dosadte ich do vzťahu (2.9). Pre celkový čas merania  $T_c = 30$  minút vypočítajte optimálne časy merania. Časy vyjadrujte v minútach.

Opakujte merania bez žiariča a so žiaričom pre optimálne rozdelenie času. Pôvodné meranie bude reprezentovať neoptimálne rozdelenie času. **Porovnajete a interpretujete**

získané výsledky pre optimálne a neoptimálne rozdelenie času. Namerané a vypočítané hodnoty usporiadajte do tabuľky (tab.2.1) obsahujúcej nasledovné údaje:

Tabuľka nameraných a vypočítaných hodnôt

Tab. 2.1

Neoptimálne (pôvodné) rozdelenie času												
$t_p$	$N_p$	$n_p$	$t$	$N$	$n$	$n_z$	$\sigma_{N_p}$	$\sigma_N$	$\sigma_{n_z}$	$\delta_{N_p}$	$\delta_N$	$\delta_{n_z}$
20			10									
Optimálne rozdelenie času												
$t_p$	$N_p$	$n_p$	$t$	$N$	$n$	$n_z$	$\sigma_{N_p}$	$\sigma_N$	$\sigma_{n_z}$	$\delta_{N_p}$	$\delta_N$	$\delta_{n_z}$

$t, t_p$  ..... [min]

$N, N_p$  ..... počet impulzov, [bezrozmerné]

$n, n_p, n_z$  ..... počet impulzov za minútu, [ $\text{min}^{-1}$ ]

$\sigma_{N_p}, \sigma_N$  ..... počet impulzov, [bezrozmerné]

$\sigma_{n_z}$  ..... počet impulzov za minútu, [ $\text{min}^{-1}$ ]

$\delta_{N_p}, \delta_N, \delta_{n_z}$  ..... [%]