1. Neistoty pri meraní ionizujúceho žiarenia

1. Všeobecná časť

V nasledujúcom texte je použitá terminológia podľa ISO „*Pokyny pre vyjadrenie neistôt pri meraní“ (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*)*,* prvé vydanie, 1993, revidované vydanie, 1995, Medzinárodná organizácia pre normalizáciu ISO (Ženeva, Švajčiarsko).

Neistota výsledku merania odráža nedostatky v dokonalom poznaní hodnoty meranej veličiny. Úplné poznanie vyžaduje nekonečné množstvo informácií. Javy, ktoré prispievajú k neistote a tým ku skutočnosti, že výsledok merania nemožno charakterizovať jedinou hodnotou, sa nazývajú zdroje neistôt. V praxi existuje mnoho potenciálnych zdrojov neistôt pri meraní, medzi ktoré patria:

(a) neúplná definícia meranej veličiny,

(b) nedokonalá realizácia definície meranej veličiny,

(c) nereprezentatívny výber vzoriek - meraná vzorka nemusí reprezentovať definovanú meranú veličinu,

(d) nedostatočne známe účinky podmienok prostredia alebo ich nedokonalé merania,

(e) subjektívnosť odčítavania z analógových prístrojov,

(f) obmedzená rozlišovacia schopnosť prístrojov alebo prah rozlíšenia,

(g) nepresnosť etalónov a referenčných materiálov,

(h) nepresné hodnoty konštánt a iných parametrov získaných z externých zdrojov a používaných v algoritme spracovania údajov,

(i) aproximácie a predpoklady zahrnuté v metóde a postupe merania,

(j) zmeny pri opakovaných meraniach meranej veličiny v očividne rovnakých podmienkach.

Tieto zdroje nemusia byť vždy nezávislé. Niektoré zo zdrojov (a) až (i) môžu prispieť k zdroju (j).

Vyjadrenie výsledku merania je úplné len vtedy, keď obsahuje hodnotu priradenú meranej veličine a neistotu merania spojenú s touto hodnotou.

Neistoty merania delíme na dva základné typy:

neistoty typu A sa vyhodnocujú aplikáciou štatistických metód na sériu opakovaných meraní a charakterizujú sa odhadovanou smerodajnou odchýlkou $\mathbf{s_A}$;

neistoty typu B sa pripisujú veličinám, ktorých zmeny sa explicitne nepozorujú; neistoty typu B sa určujú z iných informácií odhadom priblíženia k príslušnej „smerodajnej odchýlke" $\mathbf{s_B}$, ktorej existencia sa predpokladá; kombinujú sa tak, ako keby to boli všetko smerodajné odchýlky

Neistota merania je parameter súvisiaci s výsledkom merania, ktorý charakterizuje rozsah hodnôt, ktoré možno racionálne priradiť k meranej veličine.

Štandardná neistota merania je vyjadrená prostredníctvom odhadovaných smerodajných odchýlok. **Smerodajná odchýlka** sa určí ako kladná druhá odmocnina rozptylu náhodnej veličiny.

Rozptyl je stredná hodnota druhej mocniny odchýlky náhodnej veličiny od jej strednej hodnoty.

Kombinovaná neistota: neistota vyplývajúca z kombinácie neistôt typu A a B, s použitím štatistických metód.

Vyhodnotenie neistôt typu A

Rozdelenie pravdepodobnosti diskrétnej náhodnej veličiny vyjadrujeme pomocou výrazu, ktorý vyjadruje pravdepodobnosti $p(x_i)$ výskytu jej rôznych hodnôt x_i. Je zrejmé, že:

$$\sum_i p(x_i) = 1 \tag{1.1}$$

Strednú hodnotu $\bar{x}$ náhodnej veličiny vyjadrujeme výrazom:

$$\bar{x} = \sum_i x_i p(x_i) \tag{1.2}$$

Strednú hodnotu štvorca odchýliek náhodnej veličiny od $\bar{x}$ nazývame rozptylom, $D(x)$. Jej veľkosť pre diskrétnu náhodnú veličinu je:

$$D(x) = \overline{(x_i - \bar{x})^2} = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \tag{1.3}$$

Odmocnina z rozptylu sa nazýva smerodajná odchýlka náhodnej veličiny:

$$\sigma = \sqrt{D(x)} \tag{1.4}$$

Ak máme danú funkciu F$(x_1, x_2, ..., x_n)$, ktorá je funkciou n premenných a vyjadruje priebeh fyzikálneho javu, jej smerodajnú odchýlku σ_F vyjadrujeme vzťahom:

$$\sigma_F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_2^2 + ... + \left(\frac{\partial F}{\partial x_n}\right)^2 \sigma_n^2} \tag{1.5}$$

kde σ_1, σ_2, ..., σ_n sú smerodajné odchýlky veličín $x_1, x_2, ..., x_n$.

Vzťah 1.5 sa používa aj na vyjadrenie kombinovanej neistoty meranej veličiny z neistôt typu A a B, prezentovaných vlastnými smerodajnými odchýlkami s_A a s_B.

Štatistické rozdelenia pri meraní početnosti

Pri meraní početnosti môže meraná, t.j. náhodná veličina x nadobúdať hodnoty celých čísiel $n \in \langle 0, \infty \rangle$. Ak je pravdepodobnosť namerania početnosti n rovná $p(n)$, výberový priemer m (používa sa ako odhad meranej veličiny) a smerodajnú odchýlku σ môžeme potom podľa vzťahov (1.2) a (1.3) vyjadriť ako:

$$m = \sum_{n=0}^{\infty} p(n) n \tag{1.6}$$

$$\sigma^2 = \sum_{n=0}^{\infty} p(n)(m-n)^2 \tag{1.7}$$

Ak pravdepodobnostnú funkciu vyjadríme pomocou Poissonovho rozdelenia:

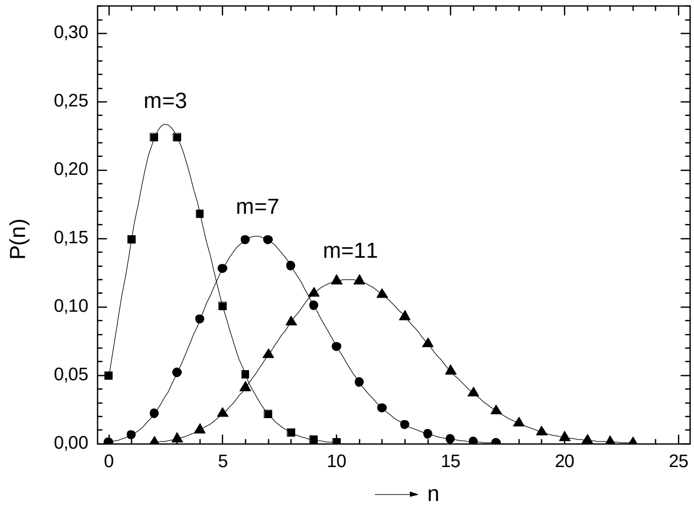
$$p(n) = \frac{m^n \mathrm{e}^{-m}}{n!} \tag{1.8}$$

a dosadíme do vzťahu (1.7), dostaneme pre smerodajnú odchýlku:

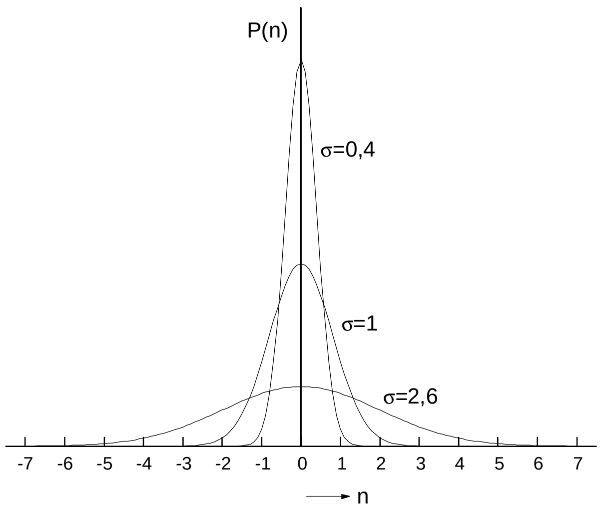
$$\sigma = \sqrt{m} \tag{1.9}$$

Poissonove rozdelenie pre rôzne hodnoty m je znázornené na obr. 1.1. Krivky sú asymetrické a s rastúcou hodnotou m sa stávajú symetrickejšími. Poissonove rozdelenie je vhodné pre nižšie hodnoty m (približne do 20). Pre vyššie hodnoty sa používa Gaussovo rozdelenie (obr. 1.2):

$$p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m}} \mathrm{e}^{-\frac{(n-m)^2}{2m}} \tag{1.10}$$



Obr. 1.1: Poissonovo rozdelenie pre hodnoty m = 3, m = 7 a m = 11.



Obr. 1.2: Gaussovo rozdelenie pre hodnoty σ = 0,4; σ = 1 a σ = 2,6.

Ak vypočítame smerodajnú odchýlku pomocou Gaussovho rozdelenia, dostaneme opäť $\sigma = \sqrt{m}$. Hodnoty pravdepodobnosti podľa Gaussovho rozdelenia pre rôzne smerodajné odchýlky sú nasledovné:

$$P(\sigma) = 0{,}683$$

$$P(2\sigma) = 0{,}954 \qquad (1.11)$$

$$P(3\sigma) = 0{,}997$$

Význam vzťahu (1.11) spočíva v tom, že s pravdepodobnosťou 68,3 % sa skutočná hodnota líši od výsledku merania nie viac ako o jednu smerodajnú odchýlku, s pravdepodobnosťou 95,4 % nie viac ako o dve a s pravdepodobnosťou 99,7 % nie viac ako o tri smerodajné odchýlky.

Okrem smerodajnej odchýlky poznáme aj relatívnu štandardnú neistotu merania, ktorú vyjadruje smerodajná odchýlka veličiny vydelená odhadom tejto veličiny:

$$\delta = \frac{\sigma}{m} = \frac{1}{\sqrt{m}} \tag{1.12}$$

Vzťah (1.12) môžeme použiť pre nájdenie počtu častíc, ktoré treba zaregistrovať, aby sa dosiahla požadovaná presnosť.

2. Zadanie a postup merania

Úloha: Meranie štatistického rozloženia počtu impulzov zaregistrovaných detektorom ionizujúceho žiarenia.

1) Zvoľte také podmienky merania, aby za určitý zvolený čas (napr. 3 s) detektor zaregistroval menej ako 20 impulzov. Vykonajte 100 – 500 meraní a výsledky zobrazte vo forme histogramu *F(n)*, kde *n* je počet zaregistrovaných impulzov a *F* je počet, koľkokrát sa takýto počet zaregistrovaných impulzov v štatistickom súbore vyskytuje. Pravdepodobnosť *p(n)* bude potom daná ako *F/N*, kde *N* je celkový počet meraní.

2) Vypracujte tabuľku:

Tabuľka nameraných a vypočítaných hodnôt — Tabuľka 1.1

n	$F(n)$	$p(n) = F/N$	$np(n)$	$(n-m)^2$	$p(n)(n-m)^2$	$\frac{m^n\,\mathrm{e}^{-m}}{n!}$

3) Zo štvrtého stĺpca tabuľky vypočítajte výberový priemer podľa vzťahu (1.6).

4) Zo šiesteho stĺpca tabuľky vypočítajte smerodajnú odchýlku podľa vzťahu (1.7) a overte platnosť vzťahu (1.9).

5) Vypočítajte teoretické hodnoty pravdepodobností podľa vzťahu (1.8) a napíšte ich do posledného stĺpca tabuľky.

6) Spracujte histogram *F(n)* na základe teoretických pravdepodobností podľa Poissonovho rozdelenia a porovnajte ho s nameraným histogramom.